# Zur rechnerischen Behandlung des Klimageschehens

geschrieben von Prof. Dr. Horst-joachim Lüdecke | 6. Oktober 2021

Weil das offizielle Klimamodell der Erde nicht gesichert, andererseits aber höchst wichtig und daher von hohem Interesse ist, versuchen sich immer wieder Natur-Wissenschaftler anderer Disziplinen, vorzugsweise aus Physik, Geologie und Physikalischer Chemie an Erklärungen der Klimavariabilität. Diesmal ist es der em. Professor für theroretische Elektrotechnik, der das Strahlungstransport-Modell der Erde untersucht. Und dabei zu verblüffenden Einsichten gelangt.

Wir stellen daher in diesem Zusammenhang einen neuen Ansatz von **Prof. Dr. Matthias Ehrich em. von der Helmut-Schmidt Universität der Bundeswehr Hamburg** vor.

Das von Prof. Ehrich entwickelte Modell enthält zahlreiche Formeln, deren Darstellung in WordPress zu aufwendig ist. Daher wurde von uns der unbearbeitete Beitrag von Herrn Prof Ehrich Seite für Seite in png übertragen und nachstehend gezeigt.

Wie bei allen betont wissenschaftlichen Beiträgen weisen wir darauf hin, dass die Inhalte vorwiegend der Fachdiskussion und Fachinformation dienen, sie im Allgemeinen aber nicht die Auffassung von EIKE wiedergeben müssen.

## RECHNERISCHE BEHANDLUNG DES KLIMAGESCHEHENS

Das Klima der Erde hängt im Kurzzeitmodus von zwei wesentlichen Zyklen ab:

- Erdrotation, Zyklusdauer 24 Stunden,
- Umlauf um die Sonne, Zyklusdauer 1 Jahr.

Bedingt durch interstellare Effekte kommen im Langzeitmodus weitere zyklische Einflüsse hinzu, z.B. der Milankovic-Zyklus mit einer Periodendauer von 21000 Jahren. Mathematisch handelt es sich um ein thermodynamisches Randwertproblem, dessen Randwerte durch die

- zeit- und ortsveränderliche Lichteinstrahlung der Sonne auf die Erdoberfläche,
- Wirkung von Klimagasen in der Erdatmosphäre, die die von der Erde abgestrahlte Wärmeleistung beeinflussen

gegeben sind.

Beim heutigen Forschungsstand läßt sich das thermodynamische Problem nicht lösen. Den derzeit einzigen Zugang zur Lösung des terrestrischen Klimaproblems bieten heuristische Modelle des stationären Zustands, die je nach Modellqualität die klimatischen Verhältnisse mehr oder weniger zutreffend abbilden.

Sämtliche heuristischen Klimamodelle bestehen aus den zwei nachfolgend besprochenen separaten Komponenten:

- Außenraum der Erde, in dem die atmosphärischen Klimagase das Strahlungsverhalten der von der Erde abgestrahlten Wärmeleistung bestimmen.
- Kugelmodell der Erde, das die Wärmeleistungsabstrahlung der Erde ohne Klimagase beschreibt. Es besteht aus dem wärmeleitenden Innengebiet und der schwarzen Erdoberfläche.

### A. Wirkung von Klimagasen in der Erdatmosphäre

Ohne Atmosphäre strahlt die Erdoberfläche eine der Messung nicht zugängliche theoretische Wärmeleistung $P_W$ ab. Bei Anwesenheit der Klimagase Wasserdampf, $CO_2$ und Methan wird davon ein Teil absorbiert und re-emittiert. Im ersten Schritt einer aus unendlich vielen Quasi-Spiegelungen bestehenden Folge kommt es dadurch zur Rückstrahlung des Anteils $P_1=k\cdot P_W$, $k<1$ zur Erde, der die Erdoberfläche zusätzlich erwärmt und anschließend die Erde wieder in Richtung Weltraum verläßt. Dabei wirken - auf dieselbe Weise wie zuvor auf $P_W$ - die Klimagase diesmal auf den Anteil $P_1$ ein. Der zweite Schritt besteht in der Rückstrahlung des so erzeugten Anteils zweiter Ordnung $P_2=k\cdot P_1=k^2\cdot P_W$ zur Erde mit nachfolgender Wiederabstrahlung in Richtung Weltraum usw. .....

Die Summation der so entstehenden unendlich vielen Quasispiegelanteile $P_n=k^n\cdot P_W$ führt als Folge der Wirkung der Klimagase zur erhöhten Wärmeleistungsabstrahlung $P_W'=P_W/(1-k)$ der Erdoberfläche sowie zu der von der Erde absorbierten Rückstrahlungsleistung $P_W''=k\cdot P_W/(1-k)$. Den Rückstrahlfaktor $k=P_W''/P_W'$ erhält man aus dem Leistungsfluß-Diagramm auf S.45 von [1]. Dort sind die Werte der zu $P_W'$ und $P_W''$ gehörenden Wärmeleistungsdichten mit 357 W/m² und 343 W/m² angegeben. Der Rückstrahlfaktor infolge der Klimagase beträgt demnach k=96.1%.

## B. Bestimmung der Erdtemperatur für die Erde ohne Klimagase

Die Modellierung der stationären Erde ohne Klimagase erfolgt als schwarze Kugel vom Radius R, deren thermisches Verhalten sowohl in ihrem Inneren als auch auf ihrer Oberfläche mathematisch eindeutig durch die Normalkomponente $S_n$ der auf ihre Oberfläche einwirkenden Lichtleistungsdichte S bestimmt ist. Dabei wird vorausgesetzt, daß sich die Kugel bewegungslos im Raum der Temperatur 0°K befindet.

Anschließend geht es um zwei solche Erdmodelle, von denen das eine trotz seiner Fehler die allgemein akzeptierte Grundlage der Klimapolitik bildet und das andere einen neuen Ansatz vorstellt.

### B1. Das allgemein verwendete Erdmodell der Klimadiskussion und seine Fehler

Unter dem vom offiziellen Klimamodell verwendeten Temperaturbegriff ist gemäß den Veröffentlichungen [2] bis [4] die "Gleichgewichtstemperatur einer Planetenoberfläche" zu verstehen. Zur wesentlichen Voraussetzung ihrer Berechnung gehört nach [3] die bezüglich der Erde unzutreffende Annahme, daß "die Oberfläche eine einheitliche Temperatur hat".

### B1.1 Widerspruch zwischen realer Temperatur und Gleichgewichtstemperatur

Die Erdtemperatur weist überall unterschiedliche Werte auf. Dennoch verwenden die Publikationen [2]-[4] ein Kugelmodell mit konstanter Oberflächentemperatur. Diesem pauschalen Ansatz entsprechend erfolgt die Berechnung der Wärmeleistungsdichte S′ der Erdoberfläche, indem die auf die Kugeloberfläche auftreffende Lichtleistung P ohne Berücksichtigung der lokalen Einstrahlungsverhältnisse durch die Größe der Oberfläche dividiert wird. Das so erhaltene globale Ergebnis $S'=P/(4\pi R^2)$ führt in Übereinstimmung mit [3] zu der trotz ihrer offensichtlichen Mängel allgemein akzeptierten einheitlichen Oberflächentemperatur der Erde ohne Klimagase von -18°C. Eine reale Nachbildung der tatsächlichen thermischen Verhältnisse durch das offizielle Erdmodell ist jedoch wegen seiner Pauschalisierungsfehler nicht - auch nicht näherungsweise - möglich.

### B1.2 Falsche Anwendung des Strahlungsgesetzes von Stefan/Boltzmann

Zur Berechnung der Erdtemperatur wird in den Veröffentlichungen [2] bis [4] auf den nach B1.1 unter falschen Voraussetzungen bestimmten Mittelwert S′ der von der Erdoberfläche abgestrahlten Wärmeleistungsdichte das Strahlungsgesetz von Stefan/Boltzmann angewendet. Dieses Gesetz gilt jedoch nur lokal, es beschreibt den örtlichen Zusammenhang zwischen Wärmeleistungsdichte und Temperatur. Auf Mittelwerte darf man es deshalb nicht anwenden.

### B1.3 Vergleich mit der Temperaturberechnung eines Tetraeders und eines Kreiszylinders

Beim offiziellen Erdmodell hängt die Erdtemperatur allein vom Verhältnis 1:4 des Einstrahlquerschnitts $\pi R^2$ zur Abstrahloberfläche $4\pi R^2$ ab. Dasselbe Flächenverhältnis liegt bei einem Tetraeder vor, wenn man eine seiner Dreiecksflächen senkrecht mit Licht bestrahlt. Für einen Kreiszylinder vom Radius R und der Höhe $h=R\pi/(4-\pi)$ gilt das bei senkrechter Bestrahlung der Zylinder-Achse ebenfalls. In allen diesen Fällen liefert das offizielle Erdmodell dieselbe Wärmeleistungsdichte S′ und dieselbe Temperatur -18°C wie für die Erde. Daß es bei diesen sehr unterschiedlich geformten Körpern tatsächlich zur Ausbildung gleicher thermischer Verhältnisse kommt, ist allerdings auszuschliessen. An der vermeintlichen, jedoch nur rechnerischen Übereinstimmung zeigt sich lediglich die Unbrauchbarkeit des offiziellen Kugelmodells.

**FAZIT:** aufgrund der unter B1.1 und B1.2 diskutierten Fehler ist es mit dem offiziellen Klima-Modell der Erde nicht möglich, die ortsabhängige Wärmeleistungsdichteverteilung der Erdoberfläche und ihren lokalen Temperaturverlauf zu bestimmen. Mit dem Albedowert A=0.3 und der Solarkonstante So=1367 W/m² liefert dieses Modell im Widerspruch zur Realität die konstante Erdtemperatur 254.86°K = -18.3°C.

## B.2 Neuer Ansatz zur Temperaturberechnung einer schwarzen Kugel

Mit dem Strahlungsgesetz von Stefan/Boltzman (SB-Gesetz) ist der Temperaturmittelwert einer im Raum der Temperatur 0°K bewegungslos angeordneten, von einer Lichtquelle der Leistungsdichte $S_o$ bestrahlten schwarzen wärmeleitenden Kugel vom Radius R zu berechnen.

Als Beispiel wird eine schwarz angestrichene Messingkugel betrachtet. Durch den Farbauftrag entsteht aus der Messingkugel ein Zwei-Oberflächen-Objekt mit den übereinanderliegenden Oberflächen

- innere gelblichfarbene Messing-Oberfläche,
- äußere schwarze Lack-Oberfläche, die als SB-Fläche wirkt.

Die schwarze SB-Oberfläche umschließt die Messingkugel vollständig.

Der Kugelmittelpunkt fällt mit dem Ursprung des Kugelkoordinatensystems $\{r,\vartheta,\varphi\}$ zusammen. Die Bestrahlung der Kugel erfolgt senkrecht zum "Nordpol" der Kugel. Der Albedo-Effekt des Außenraums der Kugel bewirkt, daß nur der Anteil

$$S = S_o(1-A)\,, \quad A = \text{Albedowert} \tag{1}$$

der ursprünglichen Lichtleistungsdichte So zur bestrahlten Kugel gelangt. Die thermostatischen Verhältnisse der schwarzen Kugel hängen von der Normalkomponente

$$S_n = S\cos(\vartheta) \tag{2}$$

der Strahlungsdichte S und vom Winkel $\vartheta$ ab. Andere Einflußgrößen existieren nicht. Bei Berücksichtigung des Integrals

$$\mathbf{I}_o = \int_0^{\pi/2} S_n \sin(\vartheta)\, d\vartheta = \frac{S}{2} \tag{3}$$

erhält die Kugel die Lichtleistung

$$P = 2\pi R^2 \mathbf{I}_o = \pi R^2 S\,, \tag{4}$$

die die SB-Oberfläche aufgrund des SB-Effekts in gleichgroße Wärmeleistung umwandelt.

Das Ziel der anschließenden Rechnung besteht zunächst in der Bestimmung des örtlichen Verlaufs der Wärmeleistungsdichte auf der SB-Oberfläche. Mit dem SB-Strahlungsgesetz erhält man daraus den lokalen Temperaturverlauf und hieraus anschließend den Temperaturmittelwert der Kugeloberfläche.

## 1. Modell-Voraussetzungen

1.1 Vollständiges Eindringen der Wärmeleistung P in die Messingkugel und homogene Wiederabstrahlung über die Messingoberfläche,

1.2 Wirkungsprinzip von SB-Flächenelementen: die Flächenelemente dF der schwarzen SB-Oberfäche sind infinitesimale SB-Ebenen, die die Gesamtleistung ΣP von auf sie einwirkenden elektromagnetischen Wellen beidseitig-symmetrisch als Wärmestrahlung mit der Dichte S′=ΣP/(2·dF) wieder abstrahlen.

## 2. Wärmeleistungsdichten der Kugel

Am thermostatischen Geschehen der schwarz angestrichenen Messingkugel sind die folgenden Wärmeleistungsdichten beteiligt:

α: von der inneren Messingoberfläche abgestrahlte Wärmeleistungsdichte,

β: Wärmeleistungsdichte des beleuchteten Teils der SB-Oberfläche,

γ: Wärmeleistungsdichte des im Schatten liegenden Teils der SB-Oberfläche.

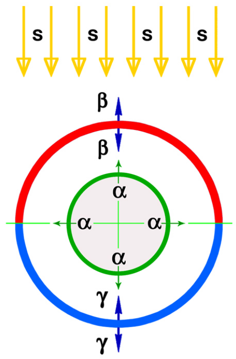


**Bild-1**

Im Querschnittsbild der Kugel ist der bestrahlte Teil der SB-Oberfläche rot, der im Schatten liegende Teil blau und die wärmeleitende Messingkugel mit grüner Umrandung gezeichnet.

### 2.1 Wärmeleistungsdichte α der Messing-Oberfläche

Aufgrund der Voraussetzung 1.1 hat die von der inneren Messingoberfläche der Kugel abgestrahlte Wärmeleistungsdichte den Wert

$$\alpha = \frac{P}{4\,\pi\,R^2} = \frac{S}{4} = \frac{I_0}{2} \,. \tag{5}$$

### 2.2 Wärmeleistungsdichte β des beleuchteten Teils der SB-Oberfläche

Auf die ebenen Flächenelemente des beleuchteten Teils der SB-Oberfläche wirken ein:

- die Normalkomponente $S_n$ der äußeren Lichtleistungsdichte S,
- die Abstrahlung α der Messingkugel über ihre innere Messingoberfläche.

Gemäß der Wirkungsweise von SB-Ebenen (s. Pkt.1.2) und Gl.(2) strahlt der beleuchtete Teil der SB-Oberfläche die Wärmeleistungsdichte

$$\beta = \frac{1}{2}\,(\,S_n + \alpha\,) = \frac{S}{8}\,\{\,4\cos(\vartheta) + 1\,\} \tag{6}$$

beidseitig-symmetrisch ab.

**2.3 Wärmeleistungsdichte $\gamma$ des Schattenteils der SB-Oberfläche**

Die Zuführung von Wärmeleistung zu dem im Schatten liegenden Teil der SB-Oberfläche erfolgt allein durch die innere Abstrahlung $\alpha$ der Messingkugel. Infolgedessen strahlt der beschattete Teil der SB-Oberfläche die Wärmeleistungsdichte

$$\gamma = \frac{\alpha}{2} = \frac{S}{8} \tag{7}$$

beidseitig-symmetrisch ab.

## 3. Berechnung der Globaltemperatur der schwarzen Messingkugel

Entsprechend dem SB-Strahlungsgesetz hat man für die flächengewichtete Mittelwertbildung der Globaltemperatur das Integral

$$T_m = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt[4]{\frac{\gamma}{\sigma}} + \int_0^{\pi/2} \sqrt[4]{\frac{\beta}{\sigma}} \sin(\vartheta)\, d\vartheta \right\} \tag{8}$$

zu berechnen, wobei $\sigma$ die SB-Konstante bezeichnet. Durch Einsetzen von $\gamma$ nach Gl.(7) und $\beta$ nach Gl.(6) in Gl.(8) sowie Verwendung der Bezugstemperatur

$$T_o = \sqrt[4]{\frac{S}{128\,\sigma}} \tag{9}$$

erhält Gl.(8) die mathematisch geschlossen integrierbare Form

$$T_m = T_o \left\{ 1 + \int_0^{\pi/2} \sqrt[4]{4\cos(\vartheta)+1}\, \sin(\vartheta)\, d\vartheta \right\}, \tag{10}$$

deren Auswertung mit Hilfe der Substitution

$$v = 4\cos(\vartheta) + 1 \tag{11}$$

das zahlenmäßige Resultat

$$T_m = T_o \left\{ \frac{4}{5} + \sqrt[4]{5} \right\} \tag{12}$$

liefert. Durch Einsetzen der Zahlenwerte $S_o = 1367\ W/m^2$ und $A = 0.313$ in Gl.(1) erhält man die gemäß Aufgabenstellung zu berechnende Globaltemperatur $T_m = -28.3°C$.

## 4. Kontrolle des Leistungstransports durch die Kugel

Für die nachfolgende Rechnung benötigt man den Zusammenhang

$$S_n - \beta = S_n - \frac{1}{2}(S_n + \alpha) = \frac{1}{2}(S_n - \alpha). \tag{13}$$

Die von oben in die schwarze Kugel eindringende Leistung

$$P_e = 2\pi R^2 \int_0^{\pi/2} ( S_n - \beta ) \sin(\vartheta)\, d\vartheta \tag{14}$$

hat bei Berücksichtigung von Gl.(13) die Größe

$$P_e = \pi R^2 \int_0^{\pi/2} ( S_n - \alpha ) \sin(\vartheta)\, d\vartheta = \pi R^2 ( I_0 - \alpha ) = \pi R^2 \alpha \,. \tag{15}$$

Nach dem Energieerhaltungssatz muß $P_e$ mit der Leistungsabstrahlung des im Schatten liegenden SB-Oberflächenteils

$$P_a = 2\pi R^2 \gamma = \pi R^2 \alpha = P_e \tag{16}$$

übereinstimmen. Wie Gl.(16) zeigt, erfüllt das Modell diese Forderung.

## 5. Kontrolle der Wärmeleistungsdichte der SB-Oberfläche

Die schwarze Kugel muß die zugeführte Lichtleistung $P$ wieder als Wärmeleistung über die SB-Oberfläche abstrahlen. Zur Kontrolle wird das Integral der Wärmeleistungsdichte $\beta$ über den bestrahlten und $\gamma$ über den im Schatten liegenden Teil der SB-Oberfläche

$$P_{SB} = 2\pi R^2 \left\{ \int_0^{\pi/2} \beta \sin(\vartheta)\, d\vartheta + \gamma \right\} \tag{17}$$

ausgewertet. Bei Verwendung der Gln.(6) und (3) liefert Gl.(17) das Ergebnis

$$P_{SB} = \pi R^2 ( I_0 + \alpha + 2\gamma ) = \pi R^2 S = P \,, \tag{18}$$

das die obige Forderung an das Modell erfüllt.

**FAZIT:** Das Zwei-Oberflächen-Modell genügt allen an die Wärmeleistungsdichteverteilung der Kugel zu stellenden Forderungen

- unter Pkt.4 erfüllt es den auf Leistungen angewandten Energieerhaltungssatz,
- gemäß Pkt.5 erfüllt es die Forderung, daß die SB-Oberfläche die eingestrahlte Lichtleistung $P$ als Wärmeleistung in den Kugel-Außenraum zurückstrahlt.

## Quellenverzeichnis


[1] Roedel, W. und Wagner, T.,
Physik unserer Umwelt: Die Atmosphäre, S.44/45.
5. Auflage - 596 S. Springer Spektrum,
Springer-Verlag GmbH Deutschland 2017.

[2] Hagelberg, J., Universität Genf,
Astronomie Vorlesung 3, S.19,
2.5 Gleichgewichtstemperatur für Planeten.
<https://bit.ly/3nfEgSU>

[3] Gleichgewichtstemperatur,
Gleichgewichtstemperatur einer Planetenoberfläche.
<https://bit.ly/3zWrRqH>

[4] Physik-Vorlesung Universität Jena, PDF,
Erderwärmung zum Nachrechnen, S.8,
4. Berechnung der Planeten-Temperatur.
<https://bit.ly/2YInRMV>