

# Auswertung der globalen Temperaturdaten mit statistischen Methoden

geschrieben von Admin | 18. November 2018

## Auswertung der globalen Anomalien von Land- und Meerestemperaturen mit der Software OPTANOVA

Klaus Martin, 07.11.2018, Trier, Deutschland

Dieser Artikel erlaubt die uneingeschränkte Verwendung, Verbreitung und Vervielfältigung in jedem Medium, vorausgesetzt, das Originalwerk wurde ordnungsgemäß zitiert.

Die Diskussion über die Erhöhung der Erdtemperatur ist von allgemeinem Interesse. Es stellt sich jedoch die Frage, ob der beobachtete Anstieg der Erdtemperatur durch natürliche Schwankungen der „Mutter Natur“ oder durch den Menschen verursacht wird. Um diese Frage beantworten zu können, schätzen wir in einem ersten Schritt, unter Zuhilfenahme der Software OPTANOVA, die Varianzen der zufälligen und kurzfristigen systematischen Fehler der „globalen Anomalien der Land- und Meerestemperaturen“ von 1880 bis 2017. Basierend auf diesen Schätzungen bestimmen wir dann die Wahrscheinlichkeit, dass die Land- und Meerestemperatur in der nahen Zukunft um  $1,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  oder mehr steigen wird. Weiterhin nutzen wir diese Schätzungen zur Überprüfung der Hypothese, ob die Verschiebungen in der „globalen Land- und Meerestemperatur“ auf natürliche Schwankungen der „Mutter Natur“ oder auf den Menschen zurückzuführen sind.

### 1. Einführung

Das Ziel dieses Artikels ist es am Beispiel der globalen Anomalien der Land- und Meerestemperaturen zu zeigen, wie die Software OPTANOVA (OPTimal ANalysis Of VAriance) in der Praxis verwendet werden kann. Die Basisperiode der Anomalien, wie man von [1] ersehen kann, beträgt 1901-2000 für den Zeitraum von 1880 bis 2017 (138 Jahre). Die Temperatureinheiten sind Grad Celsius. Die Daten in [1] stammen von den nationalen NOAA-Zentren für Umweltinformationen, Klima auf einen Blick: Globale Zeitreihe, veröffentlicht im November 2017, abgerufen am 2. Dezember 2017 von <http://www.ncdc.noaa.gov/cag/>. Die Formeln für die Schätzung der Varianzen der zufälligen und systematischen Abweichungen der Anomalien können den Veröffentlichungen [2] und [3] entnommen werden. Ein gewisses Maß an inhärenten oder natürlichen Schwankungen der globalen Land- und Meerestemperatur, wird immer existieren. Diese natürliche Variation oder „Hintergrundrauschen“ ist der kumulative Effekt vieler kleiner, im Wesentlichen unkontrollierbarer Ursachen, wie z.B. kleine Änderungen in der Entfernung von der Erde zur Sonne. Andere Arten von Temperaturschwankungen können von Menschen ausgehen, aber dann haben wir „zuordenbare Ursachen“. Wenn es „zuordenbare Ursachen“ gibt, können wir sagen, dass „Mutter Natur“ statistisch außer Kontrolle gerät. Solche „zuordenbare Ursachen“ würden bewirken, dass dann die beobachteten Temperaturschwankungen im Vergleich zum „Hintergrundrauschen“ groß wären. Das Hauptziel dieser statistischen Auswertung der Anomalien der Land- und Meerestemperaturen ist die Schätzung der Varianzen (Standardabweichungen) der zufälligen und systematischen Fehler. Basierend auf diesen Standardabweichungen bestimmen wir die Wahrscheinlichkeit, dass die globale Land- und Meerestemperatur um  $1,5^{\circ}\text{C}$  bzw.  $2^{\circ}\text{C}$  steigen wird. Weiterhin überprüfen wir auch die Hypothese, ob die Verschiebungen in der „globalen Land- und Meerestemperatur“ auf natürliche Schwankungen der „Mutter Natur“ oder auf den Menschen zurückzuführen sind. Zu diesem Zweck wenden wir das folgende schrittweise Verfahren an.

#### Verfahren zur Auswertung der globalen Anomalien der Land- und Meerestemperaturen mit der Software OPTANOVA

##### Schritt 1

Wir wählen mittels einer Qualitätsregelkarte „Gleitender Durchschnitt“ die optimale „Gruppierungsoption“ aus, die Voraussetzung für die Erstellung der ANOVA-Tabelle mit zufälligen Effekten ist.

##### Schritt 2

Wir führen auf Basis von Schritt 1 das Verfahren „Einpunkt-Kalibrierung zu verschiedenen Zeitpunkten“ der Software OPTANOVA aus. Um das Verfahren ausführen zu können, müssen wir zuerst Hilfsdaten gemäß Anhang 1 erstellen. Als Ergebnis erhalten wir die Standardabweichungen der zufälligen und systematischen Fehler der „globalen Anomalien der Land- und Meerestemperaturen“ für die Jahre 1880, 1881, ...2017.

##### Schritt 3

Basierend auf Schritt 2 bestimmen wir die Wahrscheinlichkeit, dass die „globale Land- und Meerestemperatur“ in naher Zukunft um  $1,5$  oder  $2$  Grad Celsius ansteigen wird. Dabei betrachten wir die  $n$ -Temperaturanomalien von 1880 bis 2017 als Teilmenge einer unendlichen Grundgesamtheit, die alle möglichen  $N$ -Temperaturanomalien seit Bestehen der Erde umfasst, also  $n \subseteq N$ .

##### Schritt 4

Basierend auf die Schritte 1 bis 3 entscheiden wir, ob Verschiebungen in der „globalen Land- und Meerestemperatur“ durch natürliche Schwankungen der „Mutter Natur“ oder durch Menschen verursacht werden.

## 2. Das mathematische Fehlermodell der Temperatur-Anomalien

Wir nehmen das folgende mathematische Fehlermodell an:

$$Y = T + R + S, \text{ wobei} \quad (1)$$

$Y$  die Messgröße ist (Erdtemperatur),  $T$  ist die wahre aber unbekannte Erdtemperatur,  $R$  ist der zufällige Fehler und  $S$  ist der systematische Fehler. Wir nehmen an das  $R \sim N(0, \sigma_R^2)$  und  $S \sim N(0, \sigma_S^2)$ .  $T_i = \mu + \mu_i$  ist die Summe der wahren mittleren Erdtemperatur  $\mu$  und der Residuen  $\mu_i = (T_i - \mu)$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  wobei  $N$  hier die Anzahl aller vorliegenden Messergebnisse der Messgröße  $Y$  aller Messstationen der Welt für ein Jahr ist.  $N$  ist somit sehr groß. Wir nehmen an, dass auch die Residuen normalverteilt sind,  $\mu_i \sim N(\mu, \sigma_\mu^2)$ , wobei  $\sigma_\mu^2$  die Produktvariabilität ist. Aus den  $N$ -Messwerten wird die Anomalie  $D_j$  (Zufallsvariable) für das Jahr  $j$ ,  $j \in \{1890, 1881, \dots, 2017\}$  bestimmt. Basierend auf das mathematische Fehlermodell (1) bekommen wir für die jährlichen Anomalien  $D_j$

$$\begin{aligned} Y_i &= \mu + \mu_i + R_i + S_i \Rightarrow \\ D_j &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Y_i - \mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mu_i + R_i) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mu_i + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i + \frac{1}{N} \sum_{g=1}^K \sum_{i=1}^{N_g} S_{gi} = \bar{\mu}_j + \bar{R}_j + \bar{S}_j, \quad \text{wobei } \sum_{g=1}^K N_g = N \end{aligned} \quad (2)$$

Wir nehmen also an, dass  $N_g$  Messergebnisse den gleichen systematischen Fehler  $S_{gi}$  haben. Somit sind diese  $N_g$  Messergebnisse alle miteinander korreliert und haben die Kovarianz  $\sigma_{S_g}^2$ . Es ist zu erwarten, dass  $K$  klein ist, da Forschungsergebnisse zeigen, dass selbst die Messwerte von Messstationen korreliert sind, die 1.000 km voneinander entfernt sind. Wir betrachten die beobachteten Anomalien der "NOAA National Centers for Environmental Information, Climate at a Glance: Global Time Series, published November 2017, retrieved on December 2, 2017 from <http://www.ncdc.noaa.gov/cag/>" als die Realisationen von  $D_j$  der Gleichung (2). Wir können  $\bar{\mu}_j + \bar{R}_j$  zu einem zufälligen Fehler zusammenfassen, da wegen dem zu erwartenden großen  $N$  sowohl die Summe  $(\bar{\mu}_j + \bar{R}_j) \approx 0$  als auch  $(\sigma_\mu^2 + \sigma_R^2)/N \approx 0$  praktisch null sein wird. Somit besteht für unsere Auswertung keine Notwendigkeit zwischen  $\bar{\mu}_j$  und  $\bar{R}_j$  zu unterscheiden. Für die Realisationen von  $\bar{R}_j$  verwenden wir Kleinbuchstaben. Wir können nicht ausschließen, dass auch zwischen den Jahren noch zusätzlich zufällige Fehler  $r_j^{(R)}$  auftreten könnten, also ist der gesamte zufällige Fehler  $r_j = \bar{\mu}_j + \bar{R}_j + r_j^{(R)}$ . Somit gilt  $r_j \sim N(0, \sigma_r^2)$ , wobei

$$\sigma_r^2 = \underbrace{(\sigma_\mu^2 + \sigma_R^2)}_{\approx 0} / N + \sigma_k^{(R)}. \quad (3)$$

Für die Realisation von  $\bar{S}_j$  schreiben wir einfach  $s_j$ . Somit ist das mathematische Fehlermodell für die Realisationen von  $D_j$  wie folgt:

$$d_j = y_j - \bar{y} = r_j + s_j, \quad (4)$$

wobei  $\bar{y}$  auf "Base Period: 1901-2000" basiert und  $y_j$  die Realisation von  $Y_j = \sum_{i=1}^N Y_i / N$  ist.

Das mathematische Fehlermodell gemäß Gleichung (4) bildet die Grundlage für unsere Varianzanalyse (ANOVA) mit zufälligen Effekten. Um ANOVA durchzuführen müssen wir noch die  $j \in \{1, 2, \dots, 138 \text{ Jahre}\}$  für den Zeitraum  $\{1880, 1881, \dots, 2017\}$  also die  $n = 138$  Jahre mit  $\sum_{g=1}^k n_g = 138$  in  $g = 1, 2, \dots, k$  Gruppen einteilen. D.h. wir nehmen an, dass die  $s_j = s_g^{(W)}$  nicht nur für ein Jahr sondern über  $n_g$  Jahre konstant sind. Wir können auch hier nicht ausschließen, dass auch zwischen den Gruppen noch zusätzliche kurzfristige systematische Fehler  $s_g^{(B)}$  auftreten. Somit ergibt sich für  $d_{gk}$  durch die Einführung von Gruppen und wegen  $s_k = s_k^{(W)} + s_k^{(B)}$ , wobei  $s_k \sim N(0, \sigma_s^2)$  und  $\sigma_s^2 = \sigma_g^{(W)2} / K + \sigma_g^{(B)2}$  wie folgt:

$$d_{gk} = y_{gk} - \bar{y} = r_{gk} + s_{gk} \quad (5)$$

Der Input um die ANOVA-Tabelle zu erstellen ist also  $d_{gj}$  (siehe auch ANOVA-Tabelle in der Ausarbeitung). Die Schätzer  $\hat{\sigma}_R^2$  und  $\hat{\sigma}_S^2$  für  $\sigma_R^2$  und  $\sigma_S^2$  von ANOVA basieren somit auf die Variationen innerhalb einer Gruppe und zwischen den Gruppen. Aber auch die Variationen innerhalb eines Jahres und zwischen den Jahren (eventueller jahres-spezifischer Bias) sind in den Schätzern subsumiert. Die Schätzer  $\hat{\sigma}_R^2$  und  $\hat{\sigma}_S^2$  haben von allen Schätzern die minimalste Varianz und sind somit die besten Schätzer für  $\sigma_R^2$  und  $\sigma_S^2$ . Der Intraclass-Korrelationskoeffizient  $\rho = \hat{\sigma}_S^2 / (\hat{\sigma}_S^2 + \hat{\sigma}_R^2)$  (siehe Hartung, 10. Auflage 1995, S. 631) ist ein Maß für die Abhängigkeit (Autokorrelation) zweier Temperatur-Anomalien  $d_{gj}, d_{g'j'}$  mit  $j \neq j'$ . Es ist zu erwarten, dass  $\rho$  sehr hoch ist, größer als 80%, da Forschungsergebnisse zeigen, dass selbst Messwerte von Messstationen korreliert sind die 1000 km voneinander entfernt sind. Durch die Einführung des mathematischen Modells basierend auf Anomalien wie in Gleichung (4) angegeben, ist der Einfluss der Produktvariabilität  $\sigma_i^2$  auf die Schätzer für  $\sigma_R^2$  und  $\sigma_S^2$  praktisch eliminiert. Da die Temperaturen der Erde eine Spannweite von ungefähr [-70 °C, +60 °C] oder mehr haben kann, ist die Auswertung der Erd-Temperaturen basierend auf Anomalien eine elegante Lösung den störenden Einfluss der Produktvariabilität  $\sigma_i^2$  auf die Schätzung von  $\sigma_R^2$  und  $\sigma_S^2$  zu eliminieren. Mit der Kenntnis von  $\hat{\sigma}_R^2$  und  $\hat{\sigma}_S^2$  ist eine Bewertung, ob die Schwankungen der Erd-Temperaturen vom Menschen herrühren oder auf natürliche Schwankungen der "Mutter Natur" beruhen, relativ einfach durchzuführen.

### 3. Bestimmung der optimalen "Gruppierungsoption"

Eine notwendige Bedingung für die Durchführung von ANOVA (Varianzanalyse) mit zufälligen Effekten ist, dass wir wissen, wie die Daten für die globale Land- und Meerestemperatur gruppiert werden.

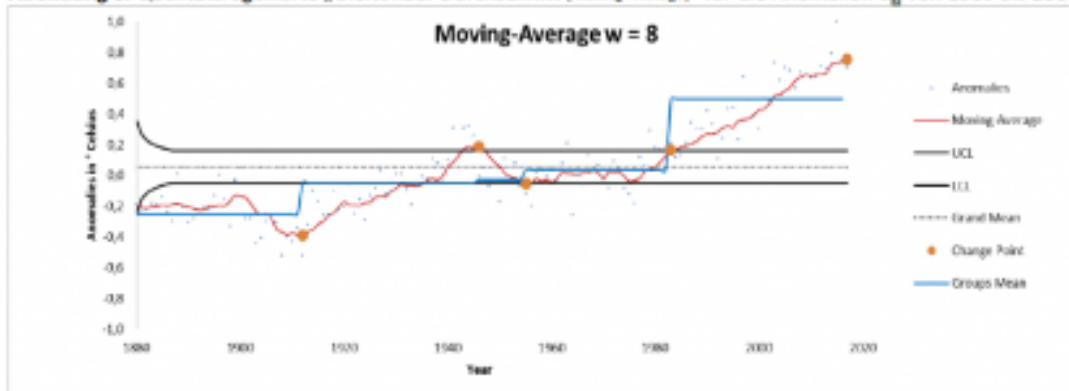
**Tabelle 1:** ANOVA-Tabelle mit zufälligen Effekten für die mit  $d_{gj}$  bezeichneten Anomalien von 1880 bis 2017

Variationsursache	Quadratsumme (SS)	Freiheitsgrade	Mittlere Quadratsumme (MSS)	E(MSS) Erwartete (MSS)
Zwischen den Gruppen	$\sum_{g=1}^k n_g (\bar{d}_g - \bar{d})^2$	$k-1$	$\frac{\sum_{g=1}^k n_g (\bar{d}_g - \bar{d})^2}{k-1}$	$\sigma_R^2 + p\sigma_S^2$
Innerhalb der Gruppen	$\sum_{g=1}^k \sum_{j=1}^{n_g} (d_{gj} - \bar{d}_g)^2$	$n-k$	$\frac{\sum_{g=1}^k \sum_{j=1}^{n_g} (d_{gj} - \bar{d}_g)^2}{n-k}$	$\sigma_S^2$
Gesamt	$\sum_{g=1}^k \sum_{j=1}^{n_g} (d_{gj} - \bar{d})^2$	$n-1$	$\frac{\sum_{g=1}^k \sum_{j=1}^{n_g} (d_{gj} - \bar{d})^2}{n-1}$	$\sigma_R^2 + \frac{p(k-1)}{n-1} \sigma_S^2$

$d_{gj}$  ist die  $j$ -te Anomalie der Gruppe  $g$ ,  $g \in \{1, 2, \dots, k\}$ ,  $p = \left( n^2 - \sum_{g=1}^k n_g^2 \right) / (n \cdot (k-1))$ ,  $\bar{d} = \frac{\sum_{g=1}^k \sum_{j=1}^{n_g} d_{gj}}{n}$ , und  $\bar{d}_g = \frac{\sum_{j=1}^{n_g} d_{gj}}{n_g}$ .

Basierend auf den Daten der „Globalen Land- und Meerestemperatur“ können wir die in [5] beschriebene Qualitätsregelkarte „Gleitender Durchschnitt (Moving-Average = MA)“ verwenden, um die Änderungspunkte der Realisationen der kurzfristigen systematischen Fehler bezeichnet mit  $s_g$  zu bestimmen. Anhand dieser Änderungspunkte können wir dann die Gruppen bestimmen. In Abbildung 1 unten sehen wir, dass wir 5 Änderungspunkte haben. Daher wählen wir  $k = 5$  als Anzahl der Gruppen, um ANOVA mit zufälligen Effekten auszuführen (siehe Anhang 1).

Abbildung 1: Qualitätsregelkarte „Gleitender Durchschnitt (Moving-Average)“ für die Anomalien  $d_{it}$  von 1880 bis 2017



Aus Abbildung 1 ist ersichtlich, dass die „globalen Land- und Meerestemperaturen“ von 1880 bis 2017 fünf kurzfristige systematische Fehler  $S_{g, g} \in \{1, 2, \dots, 5\}$  aufweisen.  $\hat{s}_g$  ist ein Schätzer für  $S_g$  und identisch mit dem Gruppenmittelwert (Group's Mean), wie oben in Abbildung 1 blau hervorgehoben. Wir gehen davon aus, dass die  $S_g$  für einen gewissen Zeitraum konstant sind (z.B. von 1984 bis 2017), sich aber sowohl das Vorzeichen als auch der Betrag von  $S_g$  mit der Zeit ändern, wie in Abbildung 1 zu sehen ist. Für den Zeitraum von 1880 bis 2017 wechseln die  $S_g$  fünfmal den Betrag und/oder das Vorzeichen. Wir nehmen also an, dass von 1880 bis 2017 fünf verschiedene Temperatur-Bedingungen auf der Erde vorherrschen.

#### 4. Bestimmung der Varianzen der zufälligen und kurzfristigen systematischen Fehler

Jetzt haben wir alle Daten, um ANOVA mit zufälligen Effekten durchzuführen. Basierend auf den obigen  $k = 5$  Gruppen aus Kapitel 3 erhalten wir die Lage- und Streuungsmaße wie in Tabelle 2 angegeben.

Tabelle 2: Lage- und Streuungsmaße für die 5 Gruppen der 138 Jahre von 1880 bis 2017

Gruppe	Stichprobengröße	Mittelwert und Gruppen-Mittelwert	
		in °Celsius	
	n	Gesamt-Mittelwert $\bar{d}$	Gesamt-Standardabweichung
	138 (1880 bis 2017)	-0.0561	$\hat{\sigma}_x = 0.1685$
	$n_g$ (basierend auf die 5 Änderungspunkte)	Gruppen-Mittelwert = $\bar{d}_g = \hat{s}_g$	Gruppen-Standardabweichung $\hat{\sigma}_{s_g}$
1 (1880 bis 1912)	33	0.2506	0.1384
2 (1913 bis 1946)	34	0.0465	0.1738
3 (1947 bis 1955)	9	0.0289	0.0929
4 (1956 bis 1983)	28	-0.0336	0.1320
5 (1984 bis 2017)	34	-0.4974	0.2220

Wir nehmen an, dass die Mittelwerte der Gruppe, wie in Tabelle 2 angegeben, Schätzungen des systematischen Kurzzeitfehlers pro Gruppe sind.  $\hat{s}_1 = -0.2506^\circ\text{C}$ ,  $\hat{s}_2 = -0.0465^\circ\text{C}$ ,  $\hat{s}_3 = -0.0289^\circ\text{C}$ ,  $\hat{s}_4 = 0.0336^\circ\text{C}$ ,  $\hat{s}_5 = 0.4974^\circ\text{C}$  mit dem gewichteten Mittel  $\bar{d} = 0,0506^\circ\text{C}$ . Um mit der ursprünglichen Datenbank gemäß Anhang 1 übereinzustimmen, haben wir die Vorzeichen der Gruppenmittel geändert, um  $\hat{s}_1$  bis  $\hat{s}_5$  zu erhalten. Wir können sehen, dass die Standardabweichungen der zufälligen Abweichungen der Gruppen 1 bis 5, die mit  $\hat{\sigma}_{s_g}$  bezeichnet sind, sich nicht so sehr von der Gesamt-Standardabweichung  $\hat{\sigma}_x$  unterscheiden, wenn man bedenkt, dass  $\hat{\sigma}_{s_g}$  der gewichtete Durchschnitt von  $\hat{\sigma}_{s_g}^2$  ist. Daher können wir davon ausgehen, dass für den Datensatz von 1880 bis 2017 Homoskedastizität vorliegt. Somit können wir zweiseitige Tests durchführen, um zu entscheiden, ob die beobachteten systematischen Kurzzeitfehler  $\hat{s}_1$  bis  $\hat{s}_5$  statistisch signifikant sind, wobei  $E(\hat{s}_g | s_g) = s_g = 0$  und  $s_{g, g} \in \{1, 2, \dots, 5\}$  Realisationen der systematische Kurzzeitfehler der Gruppe  $g$  ist. Wir gehen von einer Student-Verteilung aus, da wir  $\hat{\sigma}_{s_g}^2$  verwenden und nicht die Varianz  $\sigma_{s_g}^2$ , die ja unbekannt ist.

(i) Test Statistik  $t_x = (\hat{s}_x - s_x) \cdot \sqrt{n_x} / \hat{\sigma}_{\hat{s}_x}$ ; für  $\hat{s}_x, \hat{\sigma}_{\hat{s}_x}$  siehe Tabelle 2.

(ii) Verwerfe die Hypothese  $H_0: E(\hat{s}_x | s_x) = s_x = 0$  falls  $|t_x| > t_{n_x-1, 0.05}$ , wobei  $n_x-1$  die Freiheitsgrade sind und  $\alpha = 0.05$ .

**Test-Ergebnisse**

Gruppe	$n_x$	$ t_x $	$t_{n_x-1, 0.05}$	Entscheidung
1 (1880 bis 1912)	33	10.40	2.04	Verwerfe $H_0$ und somit $s_x \neq 0$
2 (1913 bis 1946)	34	1.56	2.03	$H_0: s_x = 0$ kann nicht verworfen werden
3 (1947 bis 1955)	9	0.93	2.31	$H_0: s_x = 0$ kann nicht verworfen werden
4 (1956 bis 1983)	28	1.35	2.05	$H_0: s_x = 0$ kann nicht verworfen werden
5 (1984 bis 2017)	34	13.06	2.03	Verwerfe $H_0$ und somit $s_x \neq 0$

(iii) Somit ist bewiesen, dass kurzfristige systematische Fehler existieren und daher muss auch  $\sigma_s^2$  existieren. Wir nehmen an, wie bereits erwähnt, dass  $s_x$  eine Realisierung der Zufallsvariablen  $S_x$  ist, wobei  $S_x \sim N(0, \sigma_s^2)$ . Basierend auf dem Gesetz der totalen Erwartung erhalten wir  $E(\hat{s}_x) = E[E(\hat{s}_x | s_x)] = E(s_x) = 0$ . Wir haben nun die Voraussetzungen geschaffen um ANOVA mit zufälligen Effekten anzuwenden, damit wir die unbekanntenen, wahren Varianzen  $\sigma_s^2$  und  $\sigma_e^2$  schätzen können.

Basierend auf den statistischen Tests von (ii) können wir den Schluss ziehen, dass von 1880 bis 1912 Anhaltspunkte dafür vorliegen, dass im Mittel die „globale Land- und Meerestemperatur“ signifikant kleiner als die mittlere aber unbekannte Erdtemperatur war und im Mittel von 1984 bis 2017 signifikant größer war. Ob dieser Temperatur-Anstieg von 1984 auf 2017 durch den Menschen verursacht wurde oder es sich um natürliche Abweichungen von „Mutter Natur“ handelt, wird in Kapitel 6 erörtert.

**Tabelle 3: ANOVA-Tabelle für die Anomalien  $d_{gl}$  gemäß Anhang 1**

II. ANOVA-Table (ANALYSIS OF VARIANCE) for unbalanced data and simple classification			
Source of Variation	Sums of Squares SS	Degrees of Freedom	Mean Sum of Squares MSS
Between Groups	10.161129096	4	2.540282274 $\rightarrow \hat{\sigma}_s = 0.31 \text{ }^\circ\text{C}, \hat{\sigma}_s = 0.3024 \text{ }^\circ\text{C}$
Within Groups	3.775557860	133	0.028387653 $\rightarrow \hat{\sigma}_e = 0.1685 \text{ }^\circ\text{C}$
Totals	13.936686957	137	0.101727642

$$\hat{\sigma}_s = \sqrt{(MSS_B - MSS_W) / p} = 0.31 \text{ }^\circ\text{C}, \hat{\sigma}_s = \sqrt{MSS_B / (p+1)} = 0.3024 \text{ }^\circ\text{C}, p = \left( n^2 - \sum_{i=1}^k n_i^2 \right) / [n \cdot (k-1)] = 26.77, \hat{\sigma}_e = \sqrt{MSS_W} = 0.1685 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Tabelle 4: Varianz der systematischen Fehler von  $d_{gl}$**

V. Systematic Error Variance (Dat_1)			
Estimator (1): Unbiased Estimator		Estimator (2): Positive Estimator	
$\sigma^{2(\text{unbiased})}$	RMSE	$\sigma^{2(\text{biased})}$	RMSE
0.0938	0.0568	0.0915	<b>0.0548</b>

Aus Tabelle 4 ist ersichtlich, dass der RMSE (Root Mean Squared Error) für den 'Positive Difference Estimator' kleiner ist als der RMSE für den 'Unbiased Difference Estimator'. Als optimalen Schätzer haben wir daher den 'Positive Difference Estimator'  $\hat{\sigma}_s = 0.3024 \text{ }^\circ\text{C} = 0.0938^{0.5}$  gewählt. Die Formeln zur Bestimmung der RMSE sind aus [3] ersichtlich.

**Tabelle 5: Endgültige Ergebnisse von OPTANOVA**

Final Results (Dat_1, additive error model)			
Optimal Estimators for			[ $^\circ\text{C}$ ]
(a)	Random Error Standard Deviation of $d_{gl}$	$\sigma_e$	0.1685
	Standard Deviation of $\sigma_e$	$sd(\sigma_e)$	0.0103
(b)	Systematic Error Standard Deviation of $d_{gl}$	$\sigma_s$	0.3024
	Standard Deviation of $\sigma_s$	$sd(\sigma_s)$	0.0906
(c)	$\sigma = \text{sqr}(\sigma_e^2 + \sigma_s^2)$		0.3462
	$sd[\text{sqr}(\sigma_e^2 + \sigma_s^2)]$		0.0793

Die Formeln zur Bestimmung  $sd(\sigma_e)$  und  $sd(\sigma_s)$  sind aus [3] ersichtlich.

Der Intraklass-Korrelationskoeffizient  $\rho = \hat{\sigma}_s^2 / (\hat{\sigma}_s^2 + \hat{\sigma}_e^2) = 0,84$  beträgt etwa 84% und ist somit wie erwartet relativ hoch.

**Tabelle 6:** Langfristiger systematischer Fehler (Bias)

Estimation of the Long-Term Systematic Error	
Estimator is the Grand Mean denoted by $\bar{d}$ in [°C]	0.0561
Sigma ( $\sigma$ ) in [°C]	0.1439
Absolute t-value	0.3899

Aus Tabelle 6 ist ersichtlich, dass es keinen Beweis gibt, dass eine langfristige Verzerrung existiert, da  $t = |0.3899| < t_{\text{kritisch}}$  ist, unabhängig davon, ob  $t_{\text{kritisch}}$  gleich 4.472 oder 3 oder sogar 2 ist. Dies bedeutet, dass die geschätzte langfristige Verzerrung der globalen Land- und Meerestemperatur von 1880 bis 2017 mit 0,0561°C gering und deshalb auch statistisch nicht signifikant ist. Basierend auf den Tabellen 5 und 6 hat jede beobachtete globale Land- und Meerestemperatur eine Unsicherheit von  $\pm 0,3462^\circ\text{C}$  und die geschätzte durchschnittliche globale Land- und Meerestemperatur  $\bar{\mu}$  von 1880 bis 2017 eine Unsicherheit von  $\pm 0,1439^\circ\text{C}$ . Die Unsicherheit von  $\hat{\sigma}_2 = 0,1685^\circ\text{C}$ , die durch die Standardabweichung  $sd(\hat{\sigma}_2) = 0,0103^\circ\text{C}$  gegeben ist, ist ein Maß für die Wirksamkeit der Schätzung  $\hat{\sigma}_2 = 0,1685^\circ\text{C}$ .  $sd(\hat{\sigma}_2) = 0,0103^\circ\text{C}$  ist klein verglichen mit  $\hat{\sigma}_2 = 0,1685^\circ\text{C}$  und daraus können wir schließen, dass  $\hat{\sigma}_2 = 0,1685^\circ\text{C}$  eine gute Schätzung für die wahre Standardabweichung  $\sigma_2$  der Zufallsfehler ist. Gleiches gilt für  $\hat{\sigma}_3 = 0,3024^\circ\text{C}$ , da  $sd(\hat{\sigma}_3) = 0,0906^\circ\text{C} < \hat{\sigma}_3 = 0,3024^\circ\text{C}$  ist. Wir schließen daraus, dass  $\hat{\sigma}_3 = 0,3024^\circ\text{C}$  eine gute Schätzung für die wahre Standardabweichung  $\sigma_3$  der systematischen Fehler ist.

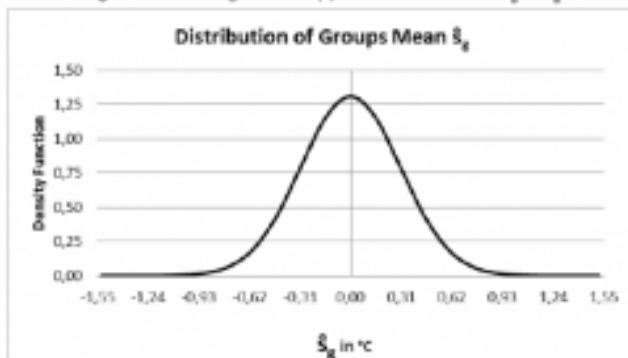
**5. Wahrscheinlichkeit, dass die „globale Land- und Meerestemperatur“ um 1,5 oder 2 ° C steigt**

Die  $n = 138$  Temperaturanomalien von 1880 bis 2017 kann als Teilmenge  $n \subseteq N$  einer unendlichen Grundgesamtheit angesehen werden, die alle möglichen  $N$ -Temperaturanomalien seit Bestehen der Erde umfasst. Wenn  $n \subseteq N$  zutrifft, dann können wir einen unverzerrten Schätzer der Varianz des Mittelwerts einer Gruppe ermitteln. Wir wissen, dass der Mittelwert der Gruppe  $\bar{d}_g$  ein Schätzer für den kurzfristigen systematischen Fehler  $\hat{s}_g$  ist. Somit könnte  $\bar{d}_g$  die geeignete Maßzahl sein, um zu beurteilen, wie sich die „globale Land- und Meerestemperatur“ in der Zukunft entwickeln wird. Eine Schätzung für die Varianz von  $\bar{d}_g$  ist gegeben durch

$$\hat{\sigma}_{\bar{d}_g}^2 = \frac{\hat{\sigma}_2^2}{m^*} + \hat{\sigma}_3^2 \Rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{d}_g} = 0.3046^\circ\text{C}, \text{ wobei } m^* = k / \sum_g (1/n_g) = 21.2 \text{ das harmonische Mittel von } n_g \text{ ist.} \quad (6)$$

Wenn wir annehmen, dass  $\bar{d}_g = \hat{s}_g \sim N(0, \hat{\sigma}_{\bar{d}_g}^2)$ , dann ist die Dichtefunktion von  $\hat{s}_g$  aus Abbildung 2 ersichtlich. Wir haben bereits erwähnt, dass sich das Vorzeichen und der Betrag von  $\hat{s}_g$  mit der Zeit ändern. Da  $m^* \approx 22$  können wir davon ausgehen, dass ein  $\hat{s}_g$  im Mittel alle 22 Jahren sein Vorzeichen und seinen Betrag ändert.

**Abbildung 2:** Verteilung der Gruppen-Mittelwerte  $\bar{d}_g = \hat{s}_g$



Auf der Grundlage der Wahrscheinlichkeitsfunktion der Normalverteilung können wir die Wahrscheinlichkeit  $P(X \leq \hat{s}_g)$  und  $P(X \geq \hat{s}_g)$  bestimmen, wobei einige  $\hat{s}_g$  von Interesse aus Tabelle 1 ersichtlich sind und einige  $\hat{s}_g$  neu konstruiert wurden wie die beiden Sonderfälle  $X \geq 1.5^\circ\text{C}$  und  $X \geq 2^\circ\text{C}$ .

**Tabelle 7:** Wahrscheinlichkeiten, dass das Ereignis  $X \leq \hat{s}_g$  oder  $X \geq \hat{s}_g$  eintritt

$\hat{s}_g$ in °C	Probability $P(X \leq \hat{s}_g)$ or $P(X \geq \hat{s}_g)$
$X \leq -0.4420$ (1908 to 1912)	7.34%
$X \leq -0.2506$ (1880 to 1912)	20.54%
$X \leq -0.0465$ (1913 to 1946)	43.94%
$X \leq -0.0289$ (1947 to 1955)	46.22%
$X \geq 0.0336$ (1956 to 1983)	45.61%
$X \geq 0.4974$ (1984 to 2017)	5.13%
$X \geq 0.7013$ (2003 to 2017)	1.07%
$X \geq 1.5$ (2017 to 2039*)	almost 0 %
$X \geq 2$ (2040 to 2050)	almost 0 %

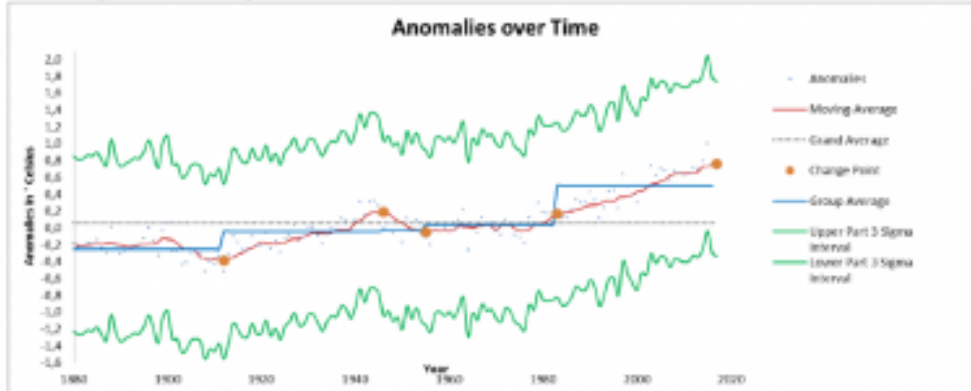
\* Wir gehen davon aus, dass sich ein kurzfristiger systematischer Fehler im Durchschnitt alle  $33' = k / \sum_{i=1}^k (1/a_i) = 21.2 \approx 22$  years ändert. Daraus folgt  $\rightarrow 2017+22=2039$ .

Wenn wir annehmen, dass  $u \subseteq N$  und Gleichung (6) zutrifft, dann können wir daraus schließen, dass die Wahrscheinlichkeit, dass wir in Zukunft Gruppen (Temperatur-Klassen) haben deren Mittelwert der Anomalien einen Wert von 1,5°C oder 2°C überschreiten wird, nahezu Null ist.

## 6. Bewertung der Verschiebung der globalen Land- und Meerestemperatur von 1984 auf 2017

Wir können der Tabelle 1 entnehmen, dass die letzte Gruppe 5 die Jahre 1984 bis 2017 umfasst und das ihr Gruppen-Mittelwert den Betrag  $\bar{d}_5 = 0.4974$  °C hat. Einige Klimaexperten schauten sich offensichtlich die Daten von Anhang 1 für die Jahre 1984 bis 2017 an und kamen zu dem Schluss, dass die Verschiebung der Erdtemperatur nach oben vom Menschen verursacht wurde. Tatsache ist, dass für die Jahre 1984 bis 2017 die Verschiebung der Erdtemperatur nach oben  $\bar{d}_5 = 0.4974$  °C statistisch signifikant von  $E(\bar{d}_5 | s_5) = s_5 = 0$  abweicht (siehe auch Kapitel 4, Tabelle: Test-Ergebnisse). Die Frage ist: Wurde der Anstieg der Erdtemperatur durch den Menschen oder durch die natürliche Veränderung der "Mutter Natur" verursacht? Zur Beantwortung dieser Frage betrachten wir nochmals die Schwankungen der Erdtemperatur für die Zeit von 1880 bis 2017 wie aus Abbildung 3 ersichtlich.

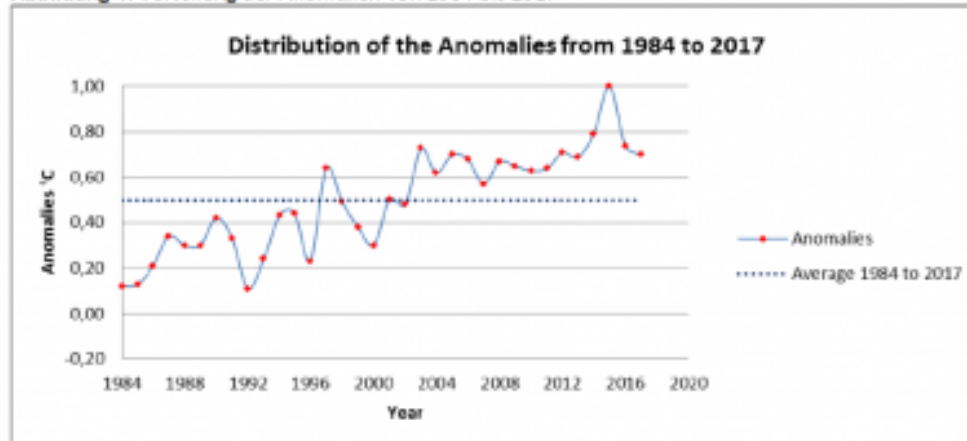
**Abbildung 3:** Schwankungen der Erdtemperatur für die Zeit von 1880 bis 2017



Wir können der Abbildung 3 entnehmen, dass die Spannweite eines 99% (3-Sigma, gekennzeichnet in grün) Konfidenzintervalls  $[U_B = d_B + 3 \cdot \sqrt{\sigma_k^2 + \sigma_s^2}, L_B = d_B - 3 \cdot \sqrt{\sigma_k^2 + \sigma_s^2}]$  zwischen  $[-1,6$  °C,  $+2$  °C] liegt. Daraus können wir folgern, dass die Erdtemperaturen für den Zeitraum von 1880 bis 2017 mit großen Unsicherheiten behaftet sind. Für jede geschätzte Anomalie  $d_B$  trifft die Anordnung (UOL) zu, wobei U und L der obere bzw. der untere Teil des 99% Konfidenzintervalls sind und 0 gleich Null bedeutet. Aus Abbildung 3 sehen wir, dass die Null immer von

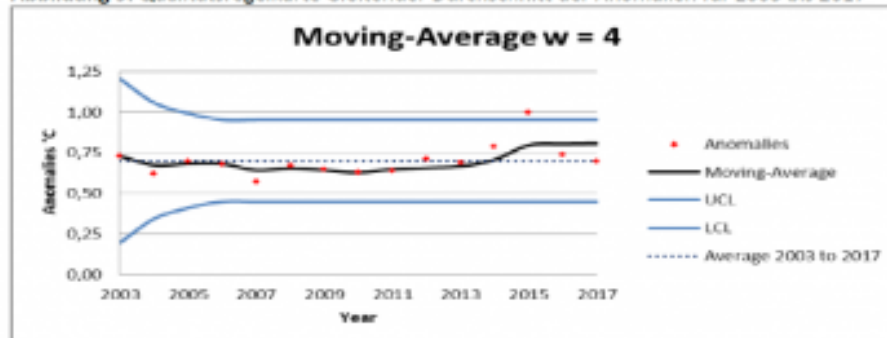
U und L eingeschlossen wird. Deshalb können wir die Hypothese  $E(d_{it}) = 0$  nicht verwerfen, da basierend auf dem Gesetz der totalen Erwartung gilt  $E(d_{it}) = E[E(d_{it}|S_{it})] = E[E(\bar{d}_{it}|S_{it})] = E(s_{it}) = 0$ . Die gleitenden Durchschnitte von 1880 bis 1984 zeigen, dass sie in diesem Zeitraum fast ausschließlich unter dem Durchschnitt liegen. Von 1984 bis 2017 ergibt sich ein anderes Bild, denn für diesen Zeitraum liegen sie nur noch über dem Durchschnitt. Offensichtlich liegt eine Erderwärmung vor. Um die obige Frage zu beantworten wer diese Erderwärmung verursacht hat der Mensch oder die „Mutter Natur“ muss der Zeitraum von 1984 bis 2017 gesondert untersucht werden. Für den Zeitraum von 1984 bis 2017 ist die Verteilung der Anomalien in Abbildung 4 abgebildet.

Abbildung 4: Verteilung der Anomalien von 1984 bis 2017



Wir können aus Abbildung 4 erkennen, dass von 2003 bis 2017 die Anomalien  $d_{it}$  alle größer als der Durchschnitt für 1984 bis 2017 sind. Somit konzentrieren wir uns nur noch auf den Zeitraum von 2003 bis 2017. Die Schätzung der Verschiebung der Erdtemperatur nach oben von der unbekanntem mittleren Erdtemperatur beträgt  $\hat{s}_y = \bar{d}_{2003-2017} = 0,7013$  °C. Um zu bewerten, ob diese Verschiebung  $\hat{s}_y = \bar{d}_{2003-2017} = 0,7013$  °C vom Mensch verursacht wurde, entwerfen wir eine Qualitätsregelkarte mit gleitenden Durchschnitten, die in Abbildung 5 abgebildet ist. Für den Entwurf von haben wir den Schätzer  $\hat{\sigma}_y = 0,1685$  °C verwandt, den wir vorher mittels ANOVA ermittelt haben. Es gilt also die Verteilung  $(d_{it}|S_{it}) \sim N(S_{it}, \sigma_{it}^2)$ , wobei  $S_{it}$  durch  $\hat{s}_y = \bar{d}_{2003-2017} = 0,7013$  °C und  $\sigma_{it}^2$  durch  $\hat{\sigma}_y = 0,1685$  °C geschätzt werden.

Abbildung 5: Qualitätsregelkarte Gleitender Durchschnitt der Anomalien für 2003 bis 2017

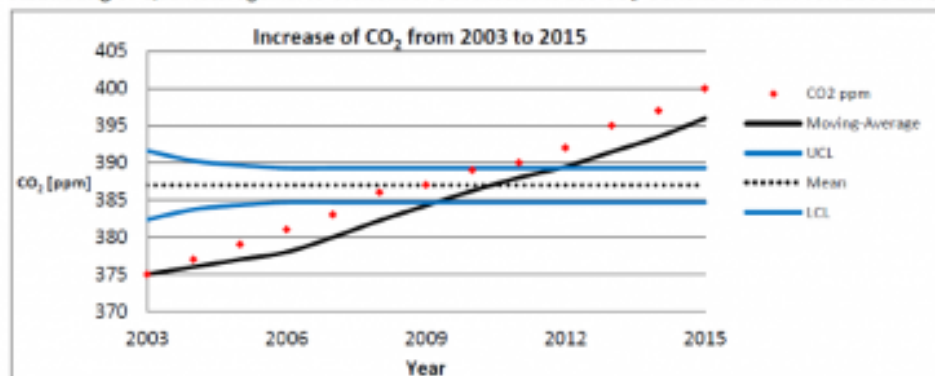


Die Mittellinie von Abbildung 5 ist  $\bar{d}_{2003-2017} = 0,7013$  °C. Die Bestimmung von OEG (UCL) und UEG (LCL) (obere und untere Eingriffs-Grenzzlinie), gekennzeichnet in blau, kann man der Literatur z.B. [5] entnehmen. Die zeitliche Spannweite der gleitenden Durchschnitte (MA), gekennzeichnet in schwarz, ist [0,73; 0,81]. Der Unterschied zwischen  $MA_{2003}$  und  $MA_{2017}$  beträgt nur 0,08 °C. Zwischen den Jahren 2003 bis 2014 fallen die MAs und von 2015



bis 2017 sind die MAs konstant. Falls der Mensch den Anstieg  $\bar{d}_{2003-2017} = 0,7013 \text{ } ^\circ\text{C}$  verursacht hätte, dann würden wir erwarten, dass die MAs von 2003 bis 2014 steigen, was aber nicht der Fall ist. Ganz im Gegenteil, kein MA ist größer als OEG oder kleiner als UEG. Daraus können wir schließen, dass die Anomalien  $d_{ij}$  von 2003 bis 2017 unter statistischer Kontrolle sind. Aufgrund eines statistischen Tests wissen wir auch, dass der Erwartungswert  $E(\bar{d})$  des geschätzten Bias  $\bar{d} = 0,0561 \text{ } ^\circ\text{C}$  statistisch nicht signifikant ist. Somit lässt die Bewertung nur den Schluss zu, dass die Temperaturerhöhung  $\hat{s} = \bar{d}_{2003-2017} = 0,7013 \text{ } ^\circ\text{C}$  nur auf die natürlichen Schwankungen der „Mutter Natur“ zurückzuführen ist. Somit gibt es keinen Beweis dafür, dass die beobachtete Verschiebung von  $0,7013 \text{ } ^\circ\text{C}$  der Erdtemperatur von 2003 bis 2017 durch den Menschen verursacht wurde. Wäre diese Verschiebung auf den Menschen zurückzuführen, dann müssten die gleitenden Durchschnitte (Moving-Average (MA)) ähnlich aussehen wie die gleitenden Durchschnitte des  $\text{CO}_2$ -Gehalts der Luft in Abbildung 6. Die  $\text{CO}_2$ -Werte der Abbildung 6 wurden der Internetseite <https://www.volker-quaschning.de/datserv/CO2/index.php> entnommen.

Abbildung 6: Qualitätsregelkarte Gleitender Durchschnitt des  $\text{CO}_2$ -Gehalts der Luft von 2003 bis 2015



In Anlehnung an Formel (1), nehmen wir das folgende Fehlermodell für den  $\text{CO}_2$ -Gehalt in der Luft an:  $X_j = \mu + \mu_j + R_j + S$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, 13\} = \{2003, 2004, \dots, 2015\}$ . Wir gehen wieder von einer Normalverteilung aus:  $(X_j | \mu + S) \sim N(\mu + S; \sigma_j^2 + \sigma_S^2)$ , wobei  $(\mu + S)$  durch  $\bar{x} = \sum_{j=1}^{13} x_j / 13$  und  $(\sigma_j^2 + \sigma_S^2)$  durch das mittlere Quadrat der (13-1) Differenzen aufeinanderfolgender Werte, der sukzessiven Differenzstreuung  $\Delta^2 = \sum_{j=1}^{12} (x_j - x_{j+1})^2 / (13-1)$ , geschätzt werden [8]. Wir können erkennen, dass die gleitenden Durchschnitte sowohl die OEG (UCL) überschreiten als auch die UEG (LCL) unterschreiten. Somit liegt offensichtlich eine Verschiebung des  $\text{CO}_2$ -Gehalts in der Luft vor. Das Verhältnis von  $\Delta^2 = 4,75$  und der Stichprobenvarianz  $s^2 = \sum_{j=1}^{12} (x_j - \bar{x})^2 / (13-1) = 61$  ist wie folgt:  $\Delta^2 / s^2 = \sum_{j=1}^{12} (\mu_j - \mu_{j+1} + R_j - R_{j+1})^2 / \sum_{j=1}^{12} (\mu_j - \bar{\mu} + R_j - \bar{R})^2 = 0,0779$ . Das Verhältnis ist offensichtlich statistisch signifikant, denn es gilt:  $\Delta^2 / s^2 = 0,0779 < F_{\text{Kontrollkarte}}(12, 12, 0,05) = 0,8618$  [8]. Somit muss die Nullhypothese, aufeinanderfolgende Werte sind unabhängig, zugunsten der Alternativhypothese, es besteht ein Trend, verworfen werden. Ein ähnlicher Test für die obigen Temperatur-Anomalien von 2003 bis 2017 liefert  $\Delta^2 / s^2 = 1,2502 > F_{\text{Kontrollkarte}}(16, 16, 0,05) = 0,9221$ . Somit kann für die Temperatur-Anomalien die Nullhypothese, aufeinanderfolgende  $(d_{ij} | S_j)$ -Werte für den Zeitraum von 2003 bis 2017 sind unabhängig, zugunsten der Alternativhypothese, es besteht ein Trend, nicht verworfen werden. Dieser Test bestätigt einmal mehr, dass die Temperaturerhöhung  $\hat{s} = \bar{d}_{2003-2017} = 0,7013 \text{ } ^\circ\text{C}$  nur auf die natürlichen Schwankungen der „Mutter Natur“ zurückzuführen ist. Das wird besonders deutlich, wenn man Abbildung 5 und 6 vergleicht. Somit kann die Hypothese „Es besteht kein ursächlicher Zusammenhang zwischen dem Anstieg des  $\text{CO}_2$ -Gehalts in der Luft und der Temperaturerhöhung der Erde“ nicht verworfen werden.

## Abschließende Bemerkungen

Die Bewertung über die Erhöhung der Erdtemperatur basiert auf realen Messdaten gemäß Anhang 1 und nicht auf Klimamodellen. Basierend auf der Software OPTANOVA haben wir die Schätzungen  $\hat{\sigma}_x = 0,1685^\circ\text{C}$  und  $\hat{\sigma}_y = 0,3024^\circ\text{C}$  für die wahren, aber unbekanntenen Standardabweichungen der zufälligen und systematischen Schwankungen der Anomalien der globalen Land- und Meerestemperatur ermittelt. Das bedeutet, dass „a priori“ jede gemessene globale Land- und Meerestemperatur mit einer großen Unsicherheit von  $\pm 0,3462^\circ\text{C}$  behaftet ist. Basierend auf  $\hat{\sigma}_x = 0,1685^\circ\text{C}$  und  $\hat{\sigma}_y = 0,3024^\circ\text{C}$  ergibt sich ein sehr hoher Korrelationskoeffizient von 84%. Der Korrelationskoeffizient ist ein Maß für die Abhängigkeit zweier Anomalien innerhalb derselben Gruppe. Mittels einer Qualitätsregelkarte mit gleitenden Durchschnitten und gemäß den Daten von Anhang 1, können wir schätzen, dass von 1880 bis 2017 fünf verschiedene Temperatur-Bedingungen auf der Erde vorherrschen. Das heißt wir können davon ausgehen, dass im Mittel alle 22 Jahre die systematische Schwankung ihr Vorzeichen und ihren Betrag ändert. Basierend auf die Auswertung der Temperaturanomalien von 1880 bis 2017 können wir schließen, dass „Mutter Natur“ unter statistischer Kontrolle ist. Dies bedeutet, dass es keinen Beweis gibt, dass eine Verschiebung der globalen Land- und Meerestemperatur nach oben von Menschen verursacht wurde. Der Durchschnitt aller Temperaturanomalien von 1880 bis 2017 von  $+0,0561^\circ\text{C}$  ist klein und nicht statistisch signifikant. Die größte negative Verschiebung der globalen Land- und Meerestemperatur von  $-0,4420^\circ\text{C}$  wurde für den Zeitraum von 1908 bis 1912 beobachtet. Die größte positive Verschiebung der globalen Land- und Meerestemperatur von  $+0,7013^\circ\text{C}$  wurde für den Zeitraum von 2003 bis 2017 beobachtet. Diese positiven bzw. negativen Verschiebungen werden durch kurzfristige systematische Schwankungen der „Mutter Natur“ verursacht. Diese kurzfristigen systematischen Schwankungen (Fehler) in den Anomalien unterscheiden sich hinsichtlich des Vorzeichens und des Betrags. Diese Schwankungen der Anomalien können die kumulative Wirkung vieler kleiner, im Wesentlichen unkontrollierbarer Ursachen sein. Beispiele für diese unkontrollierbaren Ursachen könnten sein: (1) kleine Änderungen in der Entfernung zwischen Erde und Sonne, (2) Messfehler der Instrumente, die die Erdtemperaturen messen, und (3) die Erdtemperaturen schwanken zufällig in einem Zeitintervall, das kürzer als das Zeitintervall zwischen zwei Messungen ist. Die Temperaturerhöhung von  $+0,7013^\circ\text{C}$  für den Zeitraum von 2003 bis 2017 ist nur auf die natürlichen Schwankungen der „Mutter Natur“ zurückzuführen. Wie in Kapitel 6 erörtert, kann die Hypothese: „Es besteht kein ursächlicher Zusammenhang zwischen dem weltweiten Anstieg des  $\text{CO}_2$ -Gehalts in der Luft und der Temperaturerhöhung der Erde“ nicht verworfen werden. Weltweit wurde vereinbart, den Anstieg der Erdtemperatur bis 2050 auf unter  $2^\circ\text{C}$  zu begrenzen. Wenn wir gemäß Anhang 1 die Temperaturanomalien von 1880 bis 2017 als Teilmenge einer unendlichen Grundgesamtheit, die alle möglichen Temperaturanomalien seit Bestehen der Erde umfasst, ansehen, dann ist die Wahrscheinlichkeit eines Anstiegs der Erdtemperatur um  $2^\circ\text{C}$  bis 2050 nahezu Null.

## Literaturverzeichnis

- [1] NOAA National Centers for Environmental information. Climate at a Glance: Global Time Series, published November 2017, retrieved on December 2, 2017 from <http://www.ncdc.noaa.gov/cag/>
- [2] Martin, K. 2017. Estimation of Variances of Random and Short-Term Systematic Measurement Errors based on Data from Two and Three independent Measurement Methods
- [3] Martin K, Böckenhoff A. (2007). Analysis of short-term-systematic measurement error variance for the difference of paired data without repetition of measurement. Allgemeines Statistisches Archiv (2007) 91: 291-310
- [4] Stuart, A. Ord J, K. and Arnold, S. (2004): Kendall's Advanced Theory of Statistics Volume 1 Distribution Theory. Oxford University Press Inc.. New York
- [5] Montgomery, D. C. (1985). Introduction to Statistical Quality Control. John Wiley & Sons
- [6] Hartung, J. Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik 10. Auflage 1995. S. 631, R. Oldenburg Verlag München Wien
- [7] Internetseite <https://www.volker-quaschnig.de/datserv/CO2/index.php>
- [8] Sachs, L. (1992). Angewandte Statistik 7. Auflage 1992, Springer-Verlag

## Annex 1

Global Land and Ocean Temperature Anomalies. October

Units: Degrees Celsius

Base Period: 1901-2000

Missing: -999.0000

Year	Temp.	Group	Year	Temp.	Group	Year	Temp.	Group
1880	-0.19	1	1926	-0.08	2	1972	0.09	4
1881	-0.23	1	1927	0.03	2	1973	0.04	4
1882	-0.22	1	1928	-0.12	2	1974	-0.08	4
1883	-0.18	1	1929	-0.11	2	1975	-0.12	4
1884	-0.19	1	1930	0.01	2	1976	-0.18	4
1885	-0.14	1	1931	0.01	2	1977	0.12	4
1886	-0.24	1	1932	-0.09	2	1978	0.06	4
1887	-0.30	1	1933	-0.19	2	1979	0.29	4
1888	0.01	1	1934	-0.07	2	1980	0.18	4
1889	-0.21	1	1935	-0.01	2	1981	0.17	4
1890	-0.31	1	1936	-0.02	2	1982	0.18	4
1891	-0.28	1	1937	0.11	2	1983	0.21	4
1892	-0.25	1	1938	0.08	2	1984	0.12	5
1893	-0.21	1	1939	-0.04	2	1985	0.13	5
1894	-0.22	1	1940	0.10	2	1986	0.21	5
1895	-0.13	1	1941	0.31	2	1987	0.34	5
1896	0.00	1	1942	0.15	2	1988	0.30	5
1897	-0.16	1	1943	0.31	2	1989	0.30	5
1898	-0.33	1	1944	0.32	2	1990	0.42	5
1899	-0.03	1	1945	0.26	2	1991	0.33	5
1900	0.05	1	1946	-0.01	2	1992	0.11	5
1901	-0.28	1	1947	0.05	3	1993	0.24	5
1902	-0.28	1	1948	-0.07	3	1994	0.43	5
1903	-0.44	1	1949	-0.03	3	1995	0.44	5
1904	-0.41	1	1950	-0.17	3	1996	0.23	5
1905	-0.30	1	1951	0.11	3	1997	0.64	5
1906	-0.28	1	1952	-0.04	3	1998	0.49	5
1907	-0.31	1	1953	0.08	3	1999	0.38	5
1908	-0.52	1	1954	-0.07	3	2000	0.30	5
1909	-0.40	1	1955	-0.12	3	2001	0.50	5
1910	-0.43	1	1956	-0.20	4	2002	0.48	5
1911	-0.34	1	1957	0.02	4	2003	0.73	5
1912	-0.52	1	1958	0.04	4	2004	0.62	5
1913	-0.32	2	1959	-0.01	4	2005	0.70	5
1914	-0.10	2	1960	0.04	4	2006	0.68	5
1915	-0.17	2	1961	-0.03	4	2007	0.57	5
1916	-0.26	2	1962	0.08	4	2008	0.67	5
1917	-0.26	2	1963	0.21	4	2009	0.65	5
1918	-0.10	2	1964	-0.26	4	2010	0.63	5
1919	-0.22	2	1965	0.02	4	2011	0.64	5
1920	-0.21	2	1966	-0.06	4	2012	0.71	5
1921	-0.06	2	1967	0.13	4	2013	0.69	5
1922	-0.25	2	1968	0.05	4	2014	0.79	5
1923	-0.16	2	1969	0.07	4	2015	1.00	5
1924	-0.29	2	1970	-0.04	4	2016	0.74	5
1925	-0.13	2	1971	-0.08	4	2017	0.70	5

For the sake of OPTANOVA we used as input to the sheet 'Raw Data.' the following table bearing in mind that the estimation of a variance does not change if we add a constant e.g. 14 °C to the anomalies.

Temperatur\_Anomalien\_07.11.18